Sek. II

Schulinternes Curriculum Mathematik

PESTALOZZI-GYMNASIUM
Herne

Städtisches Gymnasium für Jungen und Mädchen mit deutsch-englischem Zweisprachenzweig

23.09.18

Inhaltsverzeichnis

1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

In Orientierung und Konkretisierung des Schulprogramms des Pestalozzi-Gymnasiums soll das Fach Mathematik wesentliche Beiträge leisten sowohl hinsichtlich erzieherischer als auch speziell mathematischer Aufgaben. Der einzelne Mensch mit seinen Stärken, Begabungen, Eigenarten und Schwächen steht dabei genauso im Fokus pädagogischer Bemühungen wie die Förderung seiner kooperativen und sozialen Fähigkeiten.

Der Mathematikunterricht in den Klassen und Kursen ist der günstige Ort zur Erarbeitung mathematischer Kompetenzen im Sinne des Kernlehrplanes. Es ist der geschützte Ort des Ausprobierens, Überprüfens, Reflektierens und Beurteilens in unterschiedlichen fachlichen und sozialen Kontexten.

Ziel ist es, möglichst viele Schüler.innen[1] für die aktive Teilnahme am schulischen Leben zu motivieren und deren Begabungen und Kompetenzerwerb sinnvoll zu integrieren, um damit einen vitalen Beitrag zu leisten zum sozialen Miteinander aller Beteiligten der Schule.

1.1 Unsere Schule

Das Pestalozzi-Gymnasium (ein bilinguales Gymnasium mit deutsch-englischem Zweisprachenzweig) liegt im Norden Hernes (Innenstadtbereich) und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozial und ethnischen Hintergrund betrifft, mit ca. 800 Schüler.innen. Seit dem Schuljahr 2007/2008 gibt es dort auch einen musikpädagogischen Schwerpunkt. Seit dem Schuljahr 2013/2014 gibt es an unserer Schule Inklusionsklassen. Seit Mai 2016 stellt sich die Schule auch der Aufgabe zur Integration von Flüchtlingen.
Das Pestalozzi-Gymnasium ist in der Sekundarstufe I drei- bis vierzügig und wird als „Offene Ganztagsschule“ geführt.

[1] Sprache bestimmt nicht nur unser Denken und Bewusstsein, sondern schafft auch Realität. Damit sich alle Kinder und Jugendlichen themenunabhängig angesprochen fühlen, wird häufig darauf geachtet die männliche und die weibliche Form zu benennen. Allerdings gibt es viele Menschen, die sich weder dem weiblichen noch dem männlichen Geschlecht zuordnen können oder wollen. Um auch diese Menschen und das heißt auch diese Kinder und Jugendlichen sprachlich abzubilden und explizit auch anzusprechen, hat sich in den letzten Jahren der gendergap in verschiedenen Formen verbreitet (z.B. Schüler*innen oder Schüler_innen oder Schüler.innen). Dieser Zwischenraum soll Raum für weitere Geschlechterformen lassen.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 10 Schüler:innen neu aufgenommen, überwiegend aus Realschulen der Stadt, und in Mathematik, Deutsch und Englisch auf die parallel geführten Kurse verteilt.

1.2 Die Fachgruppe Mathematik am Pestalozzi-Gymnasium Herne

In der Regel werden in der Einführungsphase vier parallele Grundkurse Mathematik eingerichtet, aus denen sich für die Qualifikationsphase ein Leistungs- und drei bis vier Grundkurse entwickeln.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schüler.innen ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:
Durch ein fachliches Förderprogramm unter Einbeziehung von Schüler.innen als Tutoren, Rückmeldungen der Lehrkräfte zu noch zu vertiefenden oder nachzuarbeitenden Kompetenzen aus der Sek. I zum Beispiel durch die Korrekturen der Klausuren sowie Unterricht auch in Vertiefungskursen durch Fachlehrer.innen werden Schüler.innen mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Schüler.innen aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik (Känguruwettbewerb, Mathematik Olympiade, Bundeswettbewerb Mathematik) motiviert und, wo erforderlich, begleitet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass, wo immer möglich, mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I gibt es dazu Absprachen mit anderen Fachgruppen, wie z. B. Geographie, Politik und Biologie. Besonders eng ist die Zusammenarbeit mit der Fachgruppe Informatik/Wirtschaft.
Zu Beginn der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schüler.innen mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind. Hier wird nun entsprechend der Erlasslage ein graphikfähiger Taschenrechner in der Einführungsphase eingeführt.

1.3 Medienkonzept der Fachschaft Mathematik für die Sekundarstufe II

Die Fachschaft legt im Unterricht der gesamten Sekundarstufe II großen Wert darauf, Schüler.innen zu einer sinnvollen, verantwortungsvollen und kompetenten Mediennutzung zu erziehen.

In der Jahrgangsstufe EF wird laut GTR-Erlass (Gebrauch von graphikfähigen Taschenrechnern im Mathematik-Unterricht der gymnasialen Oberstufe und des Beruflichen Gymnasiums [RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung v. 27.06.2012 (523-6.08.01-105571)]) der graphikfähige Taschenrechner TINspire CX eingeführt. Die Schüler.innen lernen von Beginn an im Unterricht der Sek. II den Umgang und die kritische Nutzung des GTRs kennen. Sie werden mit der neu zu vermittelnden Mathematik immer in Verknüpfung mit Bedienelementen des GTRs bekannt gemacht. Die Grenzen des GTRs und die Wichtigkeit der Deutung der GTR-Ergebnisse soll den Schüler.innen stets bewusst gemacht werden.

Unter anderem zur Vermittlung der Bedienkompetenzen soll der Oberstufenunterricht im Fach Mathematik ausschließlich in Räumen mit Smartboard stattfinden. Dort ist die zum Taschenrechner zugehörige Software installiert, so dass den Schüler.innen die Bedienung „in Echtzeit“ gezeigt und Ergebnisse (z. B. Graphen, geometrische Zeichnungen oder Tabellen) gemeinsam kritisch reflektiert werden können. Außerdem bietet diese Technik die Möglichkeit, Schüler.innen-Rechner per Kabel mit den Smartboards zu verbinden, so dass sie ihre Lösungswege allen mit der zugehörigen Software verdeutlichen und erläutern können.

Anknüpfend an das Medienkonzept der Sekundarstufe I, mit dem Schüler.innen der anschauliche Vortrag von Lösungswegen unter Zuhilfenahme von Folien nahegebracht werden sollte, ermöglichen die GTRs nur in Verbindung mit den Smartboards und der zugehörigen GTR-Software eine Fortführung dieses Erziehungskonzeptes. Sie können ihre auf dem GTR erarbeiteten Ansätze, Ideen und Lösungsversuche allen Mitschüler.innen zugänglich machen und anschaulich erläutern, so dass eine Weiterarbeit mit dem gesamten Kurs mit den Ansätzen am Smartboard möglich ist.

Auch unabhängig von den graphikfähigen Taschenrechnern und der zugehörigen GTR-Software sind die Smartboards als zeitgemäße Medien aus dem Mathematik-Unterricht der Sekundarstufe II nicht mehr wegzudenken. Filmausschnitte, Internet-Beiträge und vorbereitete Text- oder Graphik-Dateien können so zur Grundlage des Unterrichts werden. Insbesondere helfen diese Bestandteile des auf digitalen Medien basierenden Mathematik-Unterrichts, die Einbettung der

Mathematik in reale Sachkontexte, die Modellierung realer Sachkontexte mithilfe von Mathematik sowie die kritische Reflexion von Ergebnissen im realen Kontext zu leisten. Zum Beispiel können durch Vergleich von im Unterricht erarbeiteten Prognosen zu Einwohnerzahlen einer Stadt mit derzeit veröffentlichten Einwohnerzahlen wichtige Erkenntnisse zum mathematischen Lösungsverfahren, zur Modellierung und zum kritisch reflektierenden Umgang mit mathematischen Ergebnissen gewonnen werden.

Die Schüler.innen sollen zudem im Unterricht – sofern die mediale Ausstattung des jeweiligen Raumes dies zulässt – dazu ermuntert werden, mithilfe von Objektkameras, die mit den Smartboards verknüpft sind, ihre Lösungsansätze, -wege und Ergebnisse zu präsentieren und zu erläutern. Kompetenzen zur Präsentation gehören mit zu den prozessbezogenen Kompetenzen des Argumentierens und Kommunzierens und stellen für die Schüler.innen im Sinne wissenschaftspropädeutischer und berufsvorbereitender Arbeit einen wichtigen Bestandteil der Oberstufenarbeit dar.

Die in der Sek. I angelegte und geleistete Erziehungsarbeit zur verantwortungsvollen und kompetenten Heftführung sollte in der Sek. II fortgeführt und weiterhin angeleitet werden, auch wenn größere Anteile an Selbstständigkeit der Schüler.innen eingefordert werden müssen. Die Unterscheidung zwischen Einträgen für ein Regelheft im Unterschied zu Beispielen und Übungsaufgaben, die im „normalen" Mathematikheft notiert werden sollen, ist als zu fördernde und anzustrebende Kompetenz der Selbstorganisation anzusehen.

Ähnliches gilt für einen souveränen und verantwortungsvollen Umgang mit dem Mathematik-Buch. Die Fähigkeit des Hinterfragens abgedruckter Lösungen und Lösungswege sollte bereits in der Sek. I, erst recht aber nun in der Sek. II angelegt und geschult werden, um Schüler.innen nicht „blind" alles glauben zu lassen, was gedruckt steht. Insbesondere die Kapitel im Buch zum „Vertiefen und Vernetzen" sind im eingeführten Schulbuch alle mit Lösungsteil ausgestattet, so dass eventuelle Druckfehler nicht zu vermeiden, aber kritisch herauszufiltern und zu durchdenken sind.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

> Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schüler.innen Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen. In der Qualifikationsphase empfiehlt sich die angegebene Reihenfolge der Unterrichtsvorhaben, ist aber nicht verbindlich.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleg.innen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann.
Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ empfehlenden Charakter. Referendar.innen sowie neuen Kolleg.innen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen,

Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.2 Einführungsphase

2.2.1. Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben der Einführungsphase

<table>
<tr><th colspan="2">Einführungsphase</th></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben I:</u>
Thema:
Grundlegende Beschreibung der Eigenschaften von Potenz-, ganzrationalen und Sinusfunktionen (E-A1)
Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)
Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, ganzrationalen und Sinusfunktionen

Zeitbedarf: 20 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben II:</u>
Thema:
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)
Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zeitbedarf: 16 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben III:</u>
Thema:
Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)
Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen
Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)
Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zeitbedarf: 12 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u>
Thema:
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)
Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)
Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Mehrstufige Zufallsexperimente

Zeitbedarf: 6 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben V:</u>
Thema:
Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)
Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u>
Thema:
Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen (E-A4)
Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Argumentieren</td>
</tr>
</table>

Inhaltsfeld: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 9 Std.	• Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Exponentielle Wachstumsprozesse und Exponentialfunktionen **Zeitbedarf**: 9 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben VII:*</u> **Thema**: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Koordinatisierungen des Raumes **Zeitbedarf**: 3 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VIII:*</u> **Thema**: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Vektoren und Vektoroperationen **Zeitbedarf**: 12 Std.

2.2.2. Übersicht über die Unterrichtsvorhaben in der Einführungsphase

Einführungsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	20
II	E-A2	16
III	E-A3	12
IV	E-S1	6
V	E-S2	9
VI	E-A4	9
VII	E-G1	3
VIII	E-G2	12
	Summe:	87

2.2.3. Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Einführungsphase

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Grundlegende Beschreibung der Eigenschaften von Potenz-, ganzrationalen und Sinus-Funktionen (E-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen und ganzrationalen Funktionen • beschreiben die grundlegenden Eigenschaften von Sinusfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften (Symmetrie) als Argumente beim Lösen innermathematischer Probleme • lösen Polynomgleichungen durch einfaches Ausklammern oder Substitution ohne Hilfsmittel (Nullstellenbestimmung)	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschüler.innen (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR und der verwendeten Software gerichtet werden. Im Unterricht ist darauf zu achten, dass nach den Vorgaben im Buch zu jedem Kapitel zunächst hilfsmittelfreie Aufgaben und anschließend Aufgaben bearbeitet werden, die den lösungsunterstützenden Einsatz des GTR einsetzen.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (schwerpunktmäßig GTR) zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … Lösen von Gleichungen (Polynomgleichungen höheren Grades) **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein • wählen Werkzeuge (z. B. den GTR) aus, die den Lösungsweg unterstützen **Kommunizieren** *Die Schüler.innen* • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren • erläutern mathematische Fachbegriffe in theoretischen Zusammenhängen • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung	

Funktionen und Analysis (A) ***Thema:*** *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* berechnen durchschnittliche Änderungsraten als Differenzenquotienten und interpretieren sie im Kontext erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate berechnen lokale Änderungsraten als Grenzwerte von Differenzenquotienten und interpretieren sie im Kontext deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten	Für den Einstieg wird empfohlen in unterschiedlichen Sachzusammenhängen zu arbeiten, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Der GTR wird zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) leiten Funktionen graphisch ab entdecken und nutzen die Ableitungsregeln (Potenz-, Faktor- und Summenregel) für Potenz- und ganzrationale Funktionen benennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Argumentieren (Vermuten)** *Die Schüler.innen* stellen Vermutungen auf, unterstützen diese beispielgebunden und präzisieren sie mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur nutzen mathematische Regeln und Sätze für Begründungen und einfache Beweise	Um die Ableitungsregeln zu vermuten, nutzen die Schüler.innen den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Einfache Beweisideen können anschließend erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schüler.innen in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.

Werkzeuge nutzen *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (schwerpunktmäßig den GTR) zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … grafischen Messen von Steigungen … Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen **Modellieren** *Die Schüler.innen* • übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle und erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation • reflektieren die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung	

Funktionen und Analysis (A) **Thema:** *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • beschreiben und begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • Exkursion: bestimmen Extremstellen mithilfe der zweiten Ableitung • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen	Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und Vorzeichenwechseln an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Es ist empfehlenswert, im Anschluss das Bestimmen von Extremstellen mithilfe der zweiten Ableitung zu ergänzen. Die Schüler.innen üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren:** *Die Schüler.innen* • erfassen Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein • überprüfen vor dem Hintergrund der Fragestellung die Plausibilität von Ergebnissen • vergleichen unterschiedliche Lösungswege **Argumentieren** *Die Schüler.innen* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie	Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangenten- und Normalengleichungen bestimmt werden.

Werkzeuge nutzen *Die Schüler.innen* • nutzen den GTR zum Erkunden und Darstellen von Funktionen	

Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schüler.innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*	Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle und ordnen einem Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation • analysieren und strukturieren eine gegebene Problemsituation • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen • überprüfen Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität • vergleichen verschiedene Lösungswege **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	

<table>
<tr><td colspan="2">Stochastik (S)

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schüler.innen
modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln
bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</td><td>Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schüler.innen sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs P(A∩B) von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</td></tr>
</table>

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* **Kommunizieren** *Die Schüler.innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	

Funktionen und Analysis (A) **Thema:** *Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen (E-A4)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • wiederholen die Potenzgesetze und das Lösen einfacher Potenzgleichungen (Potenzen mit rationalen Exponenten) • vertiefen ihre Kenntnisse über Exponentialfunktionen, ihre Eigenschaften und Anwendungszusammenhänge • wenden einfache Transformationen (Streckung und Verschiebung) auf Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter • lernen den Logarithmus zum Lösen einfacher Exponentialgleichungen kennen	Es empfiehlt sich, die intuitiven, analytisch noch nicht klar gefassten Vorerfahrungen der Schüler.innen mit linearen, quadratischen und exponentiellen Wachstumsprozessen aufzugreifen und zu mathematisieren z. B. durch Einführung des Logarithmus. Die bisher erarbeiteten Kenntnisse und Fertigkeiten der Schüler.innen in den Bereichen der Potenz-, ganzrationalen und Sinusfunktionen können in mehreren Aspekten (Schnittpunktbestimmung mit den Achsen, Randverhalten, Symmetrien, Transformationen) in dem Zusammenhang dieser neuen Funktionenklasse wieder aufgefrischt und abgegrenzt werden.

- Exkursion: erarbeiten die Logarithmengesetze
- beschreiben und grenzen lineare und exponentielle Wachstumsprozesse voneinander ab

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren
Die Schüler.innen

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation
- reflektieren die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung

Problemlösen *Die Schüler.innen* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein **Argumentieren** *Die Schüler.innen* • stellen Vermutungen auf und präzisieren sie mithilfe von Fachbegriffen • erklären vorgegebene Argumentationen und Beweise **Kommunizieren** *Die Schüler.innen* • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen begründet Stellung	

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar	An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern; Modellen aus „Schaschlik-Spießen und Pappe“; …) lernen die Schüler.innen, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (S*trukturieren)* • übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • stellen Punkte und Objekte (z. B. Quader, Pyramiden, …) „per Hand“ mit klassischen Geometrie-Werkzeugen sowie mit digitalen Werkzeugen im Raum dar **Kommunizieren (Produzieren)** *Die Schüler.innen* • erläutern mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus	

• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen • nehmen begründet zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen Stellung	

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • deuten Vektoren als Abstraktionen gerichteter Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) und veranschaulichen diese durch Pfeile in der Ebene u. im Raum • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • veranschaulichen die Vektoraddition und S-Multiplikation durch Hintereinanderlegen von Pfeilen • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • entdecken die Gültigkeit der Rechengesetze für die Vektorrechnung durch Zurückführen auf das koordinatenweise Rechnen mit reellen Zahlen	Die Vorerfahrungen und –kenntnisse der Schüler.innen aus dem Mathematik- und Physikunterricht der Sek. I zu Verschiebungen und Kräften (gegenenfalls Geschwindigkeiten) sollten mit einbezogen werden. Hieran anknüpfend kann z. B. die Vektoraddition als Gesamtkraft und –verschiebung gedeutet werden. Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Vierecksstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchungen auf Parallelität. Es sollte auf das Einüben von Planskizzen unter Berücksichtigung des Koordinatenursprungs zur Entwicklung von Lösungsideen und –wegen Wert gelegt werden.

• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken (gleichschenklig; gleichseitig) und Vierecken (Trapez; Parallelogramm; Drachenviereck) sowie einfachen Körpern mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • entwickeln auch mit Hilfe von Planskizzen Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* **Argumentieren**: *Die Schüler.innen* • führen z. B. die Rechengesetze auf vom Rechnen in IR bekannte Regeln und Sätze zurück und verknüpfen Argumente so zu Argumentationsketten • begründen elementare Eigenschaften geometrischer Figuren mit neu erworbenen Kenntnissen über das Rechnen mit Vektoren im Raum	

2.3. Qualifikationsphase Grundkurs

2.3.1. Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase für den Grundkurs

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema:
Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung (Q-GK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Optimierungsprobleme
• Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 30 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema:
Das Integral als Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral und Flächeninhalt (Q-GK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Integralbegriffs
• Flächeninhalte

Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema: Darstellung und Untersuchung geometrischen Objekte und Situationen im Raum (Q-GK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)
• Skalarprodukt
• Lagebeziehungen von Geraden
• Winkel zwischen Vektoren
Zeitbedarf: 18 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema: Erweiterung der Darstellung und Untersuchung geometrischen Objekte und Situationen im Raum (Q-GK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)
• Lineare Gleichungssysteme
• Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen
Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 83 Stunden</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-I:*</u> **Thema:** Wahrscheinlichkeit: *Von stochastischen Modellen, Bernoulliexperimenten und Binomialverteilungen (Q-GK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge Nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 22 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-II:*</u> **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Eigenschaften • Fortführung der Differentialrechnung • Fortführung der Integralrechnung ***Zeitbedarf**: 15 Std.*
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-III:*</u> **Thema:** *Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-GK-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren, Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Fortführung der Integralrechnung **Zeitbedarf:** 16 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-IV :*</u> ***Thema:** Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge Nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 12 Std.
<u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 55 Stunden</u>	

2.3.2. Übersicht über die Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase für den Grundkurs

Qualifikationsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	30
II	Q-GK-A2	20
III	Q-GK-G1	18
IV	Q-GK-G2	15
V	Q-GK-S1	22
VI	Q-GK-A3	15
VII	Q-GK-A4	16
VIII	Q-GK-S2	12
	Summe:	148

2.3.3. Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase für den Grundkurs

Funktionen und Analysis (A)

Thema: Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung (Q – GK- A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • benennen den Punkt des Krümmungswechsels als Wendepunkt • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien (2. bzw. 3. Ableitungs-Kriterium) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • lösen Gleichungssysteme – auch mit mehr als drei Unbekannten oder unterbestimmte Gleichungssysteme – mit dem GTR • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen	*Leitfrage: „Woher kommt eigentlich die Funktionsgleichung?“* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einigen Problemen entdecken die Schüler.innen die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. Anknüpfend an die Einführungsphase werden an Beispielen in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen, Designobjekte oder architektonische Formen, auch Trassierungsprobleme) aus gegebenen Punkten, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur

Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (vor allem den GTR) zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge (vor allem den GTR) zum Erkunden, Berechnen und Darstellen von Funktionen (graphisch und mit Wertetabelle) **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • setzen ausgewählte Routineverfahren (z. B. Gauß-Algorithmus) auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein • wählen Werkzeuge (z. B. den GTR) aus, die den Lösungsweg unterstützen **Begründen** *Die Schüler.innen* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingungen, Und-/Oder-Verknüpfungen, All-/Existenz-Aussagen)	Bestimmung der Parameter einer ganzrationalen Funktion aufgestellt. Schüler.innen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Bei der Interpretation der Rolle von Parametern bei Funktionen sollen exemplarisch auch grundlegende Eigenschaften von Funktionenscharen untersucht werden. Es wird empfohlen, den GTR zu Erkundungen und zum graphischen Modellieren der gesuchten Funktionen einzusetzen. Auch kann er als Gleichungslöser sowie zum Validieren gefundener Lösungen benutzt werden. Gleichzeitig ist großer Wert daraufzulegen, das Gauß-Verfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen. Das Reflektieren der (GTR-basierten) Ergebnisse stellt einen wertvollen Bestandteil des Unterrichts dar und gehört mit zur Durchführung des Modellierungskreislaufs bei allen Aufgaben im Sachkontext. Dabei sind aber eben auch innermathematische Ergebnisse kritisch zu hinterfragen. (vgl. auch Medienkonzept der Fachschaft) Die Schüler.innen sollen dazu ermuntert werden, mithilfe ihres GTRs, der GTR-Software, der Smartboards bzw. von Folien und evtl. sogar einer Objektkamera Lösungsansätze, -wege und Ergebnisse zu präsentieren und zu erläutern (Schulung der prozessbezogenen Kompetenz des Argumentierens und Kommunizierens; vlg. auch Medienkonzept der Fachschaft).

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion) (Q-GK- A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • deuten die Inhalte von *orientierten Flächen* im Kontext. • interpretieren Produktsummen im Kontext als *Rekonstruktion* des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe. • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen und nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Die Schüler.innen sollen eigenständig unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestandes entwickeln und vergleichen, um schließlich die Schachtelung durch Ober- und Untersumme durchzuführen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Schüler.innen sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schüler.innen mit Hilfe des GTRs (Funktionenplotter und Tabellenkalkulation), vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schüler.innen durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)

<table>
<tr>
<td>

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren
Die Schüler.innen

- stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*

Kommunizieren
Die Schüler.innen

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*
- beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren *(Rezipieren)*
- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und Sachzusammenhängen *(Rezipieren)*
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)*
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)*
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
- Ermitteln den Wert eines bestimmten Integrals mithilfe des GTR

</td>
<td>

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Außerdem sollte auch das Verfahren zur Bestimmung von Flächen zwischen Graphen mit dem GTR besprochen werden.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Empfohlen wird in diesem Unterrichtsvorhaben zusätzlich an einfachen Beispielen Flächeninhalte mithilfe von uneigentlichen Integralen zu bestimmen. Dies dient auch der dem Spiralprinzip folgenden Erarbeitung des propädeutischen Grenzwertbegriffs.

Ebenso ist es erstrebenswert, Volumina von Körpern, die durch Rotation um die Abszisse entstehen, mithilfe von bestimmten Integralen zu bestimmen. Als ein weiteres Wahlthema werden die Mittelwerte von Funktionen empfohlen.

</td>
</tr>
</table>

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte und Situationen im Raum (Q-GK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • vertiefen ihre Kenntnisse über Punkte im Raum, das dreidimensionale Koordinatensystem, Vektoren, ihre Längen und Linearkombinationen • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • untersuchen Lagebeziehungen von Geraden • berechnen Schnittpunkte von Geraden und deuten sie im Sachkontext • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender)	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS (insbesondere des GTRs) dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Es sollte Wert darauf gelegt werden, diese Darstellungsweisen ins Räumliche zu übersetzen und zu verfeinern (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) und auf dieser Grundlage dann Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen. Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden (vgl. Medienkonzept der Fachschaft). Eine analoge Bearbeitung der im folgenden Unterrichtsvorhaben Q-GK-G2 zu erarbeitenden Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In diesem Zusammenhang kann der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge

Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*) ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) (*Lösen*) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometriesoftware (insbesondere des GTRs) • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum graphischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden sowie zum Darstellen von Objekten im Raum	als Geradenschar (z. B. Flugbahnen parallel fliegender Flugzeuge) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Auch der Rückbezug auf die in der Sekundarstufe I bereits kennengelernte allgemeine Geradengleichung vom Typ y=mx+b sollte in diesem Zusammenhang noch einmal geleistet werden. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung von Punkten, Geraden und anderen geometrischen Objekten sowie das Ablesen von Punktkoordinaten in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Eventuell wird bei der kontextgebundenen Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden auch die Frage des Abstandes z. B. zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, graphisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Empfehlenswert ist es, durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten den geometrischen Aspekt der Projektion zu betonen. Dies kann dann zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt werden. Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

	Ebenfalls können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden untersucht, berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Erweiterung der Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte und Situationen im Raum (Q-GK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • wiederholen und vertiefen den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • interpretieren die Lösungsmengen von Linearen Gleichungssystemen • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • vertiefen ihre Kenntnisse zur Orthogonalität von Vektoren (ohne verbindliche Einführung der Begrifflichkeit des Normalenvektors) **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) (*Lösen*) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und	Die bereits im Unterrichtsvorhaben GK-Q-A1 eingeführte Lösung von Gleichungssystemen mit dem Gauß-Algorithmus sollte nun noch einmal aufgegriffen, wiederholt und vertieft werden. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Dabei sollte besonderes Gewicht auf die Deutung von Lösungen unterbestimmter bzw. überbestimmter Gleichungssysteme gelegt werden. Allerdings sollte an dieser Stelle auch großer Wert auf das Lösungsverfahren ohne Einsatz digitaler Hilfsmittel gelegt werden. Hierbei müssen die Schüler.innen entsprechend des Kernlehrplans den händischen Gauß-Algorithmus am Beispiel von Gleichungssystemen mit bis zu drei Unbekannten beherrschen, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind. In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen und beschriften, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). (vgl. Medienkonzept der Fachschaft) Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Koordinatenebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zu einfachen Gleichungssystemen. Sollte hinreichend Zeit zur Verfügung stehen, können folgende Aspekte berücksichtigt werden: Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung von Ebenenausschnitten in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Angabe der Gleichungen der Koordinaten-Ebenen in Koordinatenform sollte in diesem Zusammenhang plausibel gemacht und geübt werden.

Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*) • wechseln flexibel und begründet zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Objekten im Raum	

Stochastik (S)

Thema: *Wahrscheinlichkeit: Von stochastischen Modellen, Bernoulli-Experimenten und Binomialverteilungen (Q-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • interpretieren berechnete Wahrscheinlichkeiten oder Kenngrößen im Sachkontext und reflektieren diese kritisch **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele werden zunächst der Begriff der Zufallsgröße, der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie des Erwartungswertes einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wiederholt. Hierauf aufbauend wird ein Grundverständnis von Streumaßen aus der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests oder das Galton-Brett bzw. seine Simulation an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen. Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und

• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*) • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren die Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*) **Argumentieren:** *Die Schüler.innen* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (*Diskutieren*) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussion herbei (*Diskutieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge, schwerpunktmäßig den GTR zum … Generieren von Zufallszahlen … Simulieren von Zufallsexperimenten … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen	eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. Gleichzeitig ist es sinnvoll, auch die Arbeit mit stochastischen Tabellen kurz vorzustellen. In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten.

… Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	

Funktionen und Analysis (A)

***Thema:** Natürlich**:** Exponentialfunktionen (Q-GK-A3)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler.innen

beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und entdecken und beschreiben die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
untersuchen einfache Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze
bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
natürliche Exponentialfunktion
nutzen den natürlichen Logarithmus als Umkehroperation

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren
Die Schüler.innen

treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender) Modelle für die Fragestellung und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffen Annahmen (Validieren)

Problemlösen
Die Schüler.innen

erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme

</td><td>
Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens steht eine Anknüpfung an die EF, also die Wiederholung der Potenzgesetze, Potenzgleichungen, exponentieller Wachstumsprozesse, Eigenschaften allgemeiner Exponentialfunktionen, Logarithmus und Logarithmengesetze z.B. in arbeitsteiliger Form. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zur Einführung der natürlichen Exponentialfunktion als der Funktion, deren Wert der Ableitungsfunktion mit dem Wert der Funktion selbst übereinstimmt. Im Zusammenhang des Lösens von Gleichungen mit natürlichen Exponentialfunktionen und anknüpfend an den Logarithmus wird der natürliche Logarithmus eingeführt.

Das Lösen von Exponentialgleichungen wird in einfachen Fällen auch händisch geübt. Beim Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des GTRs ist auf die Beschaffenheit der numerischen Lösungen und die Beachtung der Operatoren in Aufgabenstellungen besonders zu achten („lösen Sie exakt“, „bestimmen Sie rechnerisch“ und im Vergleich dazu „ermitteln Sie einen Näherungswert“). Die Bedienungskompetenzen zum Ermitteln (aller) Lösungen von Exponentialgleichungen auf graphischem oder numerischem Wege sollen an dieser Stelle vermittelt werden.

Bei der Untersuchung von Wachstums- oder Zerfallsvorgängen in Sachkontexten sollte auch das Umschreiben von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis in natürliche Exponentialfunktionen thematisiert werden.

Die Regression mithilfe des GTRs kann im Zusammenhang mit Wachstums- oder Zerfallsvorgängen besprochen und wiederaufgegriffen werden und zur Reflexion der Modellierung solcher Vorgänge genutzt werden.
</td></tr>
</table>

(*Erkunden*)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z.B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
• setzen ausgewählte Routineverfahren – auch hilfsmittelfrei – zur Lösung ein (*Lösen*)
• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)
 	
Werkzeuge nutzen
Die Schüler.innen
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
    ○ zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
    ○ graphischen Messen von Steigungen
• nutzen den GTR zur Berechnung der Ableitung einer Funktion an einer Stelle
• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus.
• nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
• reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge
	Die bereits in der Q1 erarbeitete Differential- und Integralrechnung wird nur knapp übertragen auf die neue Funktionenklasse, um bereits erarbeitete Lösungsverfahren, Begriffe und Sätze in Erinnerung zu rufen. Erst im Zusammenhang mit zusammengesetzten e-Funktionen im folgenden Unterrichtsvorhaben Q-GK-A4 wird die komplette Differential- und Integralrechnung der Q1 übertragen und vertieft.

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-GK-A4)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler.innen

bilden und identifizieren in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt und Verkettung)
wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen an
wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen und einfachen Potenzfunktionen an
verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten bei zusammengesetzten Funktionen
interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung des GTR
ermitteln den Gesamtbestand oder die Gesamtwirkung einer Größe aus der Änderungsrate

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren
Die Schüler.innen

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)

</td><td>
Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. Auch hier sollte das hilfsmittelfreie Arbeiten geschult werden.

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass z. B. aus der Wachstums- oder Fließgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

An dieser Stelle bietet es sich auch noch einmal an, Schwerpunkte zu setzen auf die Gegenüberstellung von Funktion, Stammfunktion und Ableitungsfunktion sowie ihrer jeweiligen Bedeutung in verschiedenen Sachkontexten.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert. Hierbei bietet sich auch eine experimentelle Vorgehensweise mithilfe des GTR an, um Auswirkungen eines abgeänderten Parameters zu erfassen, zu beschreiben und zu deuten.
</td></tr>
</table>

• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • Verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*) • Reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*) ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien, wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schüler.innen* • nutzen mathematische Sätze und Regeln für Begründungen und verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*) • erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen diese (*Beurteilen*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • nutzen den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • nutzen den GTR zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, graphischen Messen von Steigungen • berechnen mithilfe des GTR die Ableitung einer Funktion an einer Stelle • reflektieren und begründen Möglichkeiten und Grenzen der Verwendung des GTR	

Stochastik (S)

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • stellen stochastische Übergangsmatrizen in Übergangsdiagrammen dar und stellen die zu Übergangsdiagrammen gehörenden Übergangsmatrizen auf • interpretieren in Übergangsmatrizen und –diagrammen dargestellte stochastische Prozesse im Sachzusammenhang • lernen an rechnerisch einfachen Beispielen die Matrix-Vektor-Multiplikation und die Matrizenmultiplikation ohne GTR kennen. • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)	Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann. Der Auftrag an Schüler.innen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus geeignete Prozessdiagramme und daraus wiederum die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Die Beschreibung von Prozessdiagrammen und Prozessmatrizen im Kontext dient auch der Erziehung zu kritischem Umgang mit Daten und berechneten Ergebnissen, die im Kontext reflektiert werden sollten. Hier ist auch gezielt in der Abiturvorbereitung auf die korrekte Umsetzung von Operatoren in den Aufgabenstellungen zu achten (Unterschied des „Herleitens“ von Einträgen in einer Übergangsmatrix und des „Beschreibens“). (vgl. auch Medienkonzept der Fachschaft) Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer

Problemlösen *Die Schüler.innen* • analysieren und strukturieren eine gegebene Problemsituation (*Erkunden*) • wählen heuristische Hilfsmittel aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*) • erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • nutzen digitale Werkzeuge, schwerpunktmäßig den GTR, zum Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Auch rechnerische Verfahren wie das Skalarprodukt der Linearen Algebra dient hier als Anknüpfungspunkt.

2.4. Qualifikationsphase Leistungskurs

2.4.1. Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase für den Leistungskurs

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-I:*</u> **Thema**: *Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Optimierungsprobleme • Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 30 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-II:*</u> **Thema**: *Das Integral als Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral und Flächeninhalt (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Flächeninhalte **Zeitbedarf**: 30 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-III:*</u> **Thema:** *Darstellung und Untersuchung geometrischen Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:*</u> **Thema*:*** *Erweiterung der Darstellung und Untersuchung geometrischen Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G2)* **Zentrale Kompetenzen**: • Problemlösen • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) • Skalarprodukt • Lagebeziehungen von Geraden • Winkel zwischen Vektoren **Zeitbedarf:** 20 Std.	**Inhaltliche Schwerpunkte**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme • Lagebeziehungen • Abstände **Zeitbedarf:** 40 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-V:*</u> **Thema:** Wahrscheinlichkeit: *Von stochastischen Modellen, Bernoulliexperimenten und Binomialverteilungen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge Nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 22 Std.	
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 142 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Natürlich: Exponential- und Logarithmusfunktionen (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Eigenschaften • Fortführung der Differentialrechnung • Fortführung der Integralrechnung ***Zeitbedarf**: 26 Std.*	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Fortführung der Integralrechnung **Zeitbedarf:** 33 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** *Signifikant, relevant, normal? (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge Nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 32 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV :* ***Thema:*** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge Nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 14 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 105 Stunden	

2.4.2. Übersicht über die Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase für den Leistungskurs

Qualifikationsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A1	30
II	Q-LK-A2	30
III	Q-LK-G1	20
IV	Q-LK-G2	40
V	Q-LK-S1	22
VI	Q-LK-A3	26
VII	Q-LK-A4	33
VIII	Q-LK-S2	22
IX	Q-LK-S3	14
	Summe:	257

2.4.3. Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase für den Leistungskurs

Funktionen und Analysis (A)

Thema: Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung (Q- LK- A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • benennen den Punkt des Krümmungswechsels als Wendepunkt • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien (2. bzw. 3. Ableitungs-Kriterium) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • lösen Gleichungssysteme – auch mit mehr als drei Unbekannten oder unterbestimmte Gleichungssysteme - mit dem GTR • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • untersuchen den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen (Ortskurven, gemeinsame Punkte)	*Leitfrage: „Woher kommt eigentlich die Funktionsgleichung?“* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung). Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einigen Problemen entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. Anknüpfend an die Einführungsphase werden an Beispielen in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen, Designobjekte oder architektonische Formen, auch Trassierungsprobleme) aus gegebenen Punkten, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (vor allem den GTR) zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge (vor allem den GTR) zum Erkunden, Berechnen und Darstellen von Funktionen (graphisch und mit Wertetabelle) **Problemlösen** *Die Schüler.innen* • setzen ausgewählte Routineverfahren (z. B. Gauß-Algorithmus) auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)	Bestimmung der Parameter einer ganzrationalen Funktion aufgestellt. Schüler.innen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Bei der Interpretation der Rolle von Parametern bei Funktionen sollen auch grundlegende Eigenschaften von Funktionenscharen wie z. B. Ortskurven oder gemeinsame Punkte untersucht werden: Durch Lösen unterbestimmter Gleichungssysteme bei der Funktionsbestimmung werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht. Es wird empfohlen, den GTR zu Erkundungen und zum graphischen Modellieren der gesuchten Funktionen einzusetzen. Auch kann er als Gleichungslöser sowie zum Validieren gefundener Lösungen benutzt werden. Gleichzeitig ist großer Wert daraufzulegen, das Gauß-Verfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen. Das Reflektieren der (GTR-basierten) Ergebnisse stellt einen wertvollen Bestandteil des Unterrichts dar und gehört mit zur Durchführung des Modellierungskreislaufs bei allen Aufgaben im Sachkontext. Dabei sind aber eben auch innermathematische Ergebnisse kritisch zu hinterfragen (vgl auch Medienkonzept der Fachschaft). Die Schüler.innen sollen dazu ermuntert werden, mithilfe ihres GTRs, der GTR-Software, der Smartboards bzw. von Folien und evtl. sogar einer Objektkamera Lösungsansätze, -wege und Ergebnisse zu präsentieren und zu erläutern (Schulung der prozessbezogenen Kompetenz des Argumentierens und Kommunizierens; vgl. auch Medienkonzept der Fachschaft).

• wählen Werkzeuge (z. B. den GTR) aus, die den Lösungsweg unterstützen • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*) **Argumentieren** *Die Schüler.innen* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingungen, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All-/Existenz-Aussagen) (*Begründen*)	Eine individuelle Förderung besonders leistungsstarker Schüler ist denkbar durch selbstständiges Forschen und Referieren über Spline-Interpolation.

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion) (Q-LK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • deuten die Inhalte von *orientierten Flächen* im Kontext. • interpretieren Produktsummen im Kontext als *Rekonstruktion* des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe. • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen und nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Mittelwerte von Funktionen (Mittelwertsatz der Integralrechnung) • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen • bestimmen mithilfe von bestimmten und unbestimmten Integralen Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Die Schüler.innen sollen eigenständig unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestandes entwickeln und vergleichen, um schließlich die Schachtelung durch Ober- und Untersumme durchzuführen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Schüler.innen sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe des GTRs (Funktionenplotter und Tabellenkalkulation), vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert. Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schüler.innen durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): ***Argumentieren*** *Die Schüler.innen* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*Begründen*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren *(Rezipieren)* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schüler.innen* • nutzen den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und	Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Außerdem sollte auch das Verfahren zur Bestimmung von Flächen zwischen Graphen mit dem GTR besprochen werden. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen (Gedanklich wird der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Dies dient auch der dem Spiralprinzip folgenden Erarbeitung des propädeutischen Grenzwertbegriffs. Bei der Mittelwertberechnung könnten erste Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld der Stochastik angebahnt werden.

Abszisse • ermitteln den Wert eines bestimmten Integrals mithilfe des GTR	

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • Vertiefen ihre Kenntnisse über Punkte im Raum, das dreidimensionale Koordinatensystem, Vektoren, ihre Längen und Linearkombinationen • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • untersuchen Lagebeziehungen von Geraden • berechnen Schnittpunkte von Geraden und deuten sie im Sachkontext • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen (Strecken) in Parameterform dar • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS (insbesondere des GTRs) dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Bei zweidimensionalen Abbildungen (z. B. Fotografien) räumlicher Situationen geht in der Regel die Information über die Lagebeziehung von Objekten verloren. Es sollte Wert darauf gelegt werden, diese Darstellungsweisen ins Räumliche zu übersetzen und zu verfeinern (z. B. unterbrochene Linien, schraffierte Flächen, gedrehtes Koordinatensystem) und auf dieser Grundlage dann Lagebeziehungen systematisch zu untersuchen. Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden (vgl. Medienkonzept der Fachschaft). Eine analoge Bearbeitung der im folgenden Unterrichtsvorhaben Q-LK-G2 zu erarbeitenden Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*) ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmentrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) (*Lösen*) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen*	Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In diesem Zusammenhang kann der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Geradenschar (z. B. Flugbahnen parallel fliegender Flugzeuge) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Auch der Rückbezug auf die in der Sekundarstufe I bereits kennengelernte allgemeine Geradengleichung vom Typ y=mx+b sollte in diesem Zusammenhang noch einmal geleistet werden. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung von Punkten, Geraden und anderen geometrischen Objekten sowie das Ablesen von Punktkoordinaten in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Eventuell wird bei der kontextgebundenen Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden auch die Frage des Abstandes z. B. zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, graphisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.

• nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometriesoftware (insbesondere des GTRs) • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum graphischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden sowie zum Darstellen von Objekten im Raum	In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimalisierung bietet sich an. Ebenfalls können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden untersucht, berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a}+\vec{b})*(\vec{a}-\vec{b})=0$ und $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms.

Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Erweiterung der Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • wiederholen und vertiefen den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • interpretieren die Lösungsmengen von Linearen Gleichungssystemen • vertiefen ihre Kenntnisse zur Orthogonalität von Vektoren und benennen einen zu einer Ebene orthogonalen Vektor als Normalenvektor • berechnen auf unterschiedliche Weise (LGS, Vektorprodukt, GTR) Normalenvektoren • stellen Ebenen in Parameter, Normalen- und Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen und zweier Ebenen • berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen (auch HNF) • untersuchen geometrische Objekte und Situationen im Raum mit Hilfe des Skalarprodukts auf Orthogonalität und berechnen Schnittwinkel • deuten das Vektorprodukt geometrisch und berechnen es	Die bereits im Unterrichtsvorhaben Q-LK-A1 eingeführte Lösung von Gleichungssystemen mit dem Gauß-Algorithmus sollte nun noch einmal aufgegriffen, wiederholt und vertieft werden. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Allerdings sollte an dieser Stelle auch großer Wert auf das Lösungsverfahren ohne Einsatz digitaler Hilfsmittel gelegt werden. Hierbei müssen die Schüler.innen entsprechend des Kernlehrplans den händischen Gauß-Algorithmus am Beispiel von Gleichungssystemen mit bis zu drei Unbekannten beherrschen, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind. Dies gilt auch für unter- und überbestimmte Gleichungssysteme und umfasst naturgemäß auch die jeweilige Deutung der Lösungmenge, worauf im Sinne des Medienkonzepts der Fachschaft auch deutlicher Wert gelegt werden sollte. Die unterschiedlichen Darstellungsformen von Ebenengleichungen und ihre jeweilige geometrische Deutung werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Darstellungsformen sollten diskutiert werden. Die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen, das auch in Matrix-Vektor-Schreibweise gelöst werden sollte, kann als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Eine Vernetzung mathematischer Sachverhalte kann hier wieder angestrebt und z. B. in Q-LK-S3 wieder aufgegriffen werden (Gauß-Jordan-Algorithmus). In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) (*Lösen*) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*) • wechseln flexibel und begründet zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*) • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*)	anfertigen und beschriften, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). (vgl. Medienkonzept der Fachschaft) Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Koordinatenebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung von Ebenenausschnitten in einem räumlichen Koordinatensystem. Einschränkungen des Definitionsbereiches von Ebenendarstellungen führen zur Beschreibung von Parallelogrammen und Dreiecken, so dass auch anspruchsvolle Modellierungsaufgaben gestellt werden können. Die Untersuchung von Tetraeder, Pyramide, Würfel, Prismen und Oktaeder bietet vielfältige Bezüge zu realen Objekten. Hierbei stellen die Bestimmung von Längen und Winkeln sowie Abständen Schwerpunkte dar (z. B. Flächenbestimmung von Dreiecken, Höhen- und Volumenbestimmung bei Pyramiden). Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schüler.innen prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten. Deshalb sollte darauf Wert gelegt werden, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen.

Werkzeuge nutzen *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • nutzen digitale Werkzeuge zum Darstellen von Objekten im Raum	Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schüler.innen auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

Stochastik (S)

Thema: Wahrscheinlichkeit: Von stochastischen Modellen, Bernoulli-Experimenten und Binomialverteilungen (Q- LK -S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • erklären die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • nutzen die sigma-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • interpretieren berechnete Wahrscheinlichkeiten oder Kenngrößen im Sachkontext und reflektieren diese kritisch • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen	Anhand verschiedener Glücksspiele werden zunächst der Begriff der Zufallsgröße, der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie des Erwartungswertes einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wiederholt. Hierauf aufbauend wird ein Grundverständnis von Streumaßen aus der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests oder das Galton-Brett bzw. seine Simulation an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Situation vor (*Strukturieren*) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*) • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren die Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*) ***Argumentieren*** *Die Schüler.innen* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (*Diskutieren*) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussion herbei (*Diskutieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge, schwerpunktmäßig den GTR zum	Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. Gleichzeitig ist es wichtig, auch die Arbeit mit stochastischen Tabellen zumindest einzuführen. In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten.

… Generieren von Zufallszahlen … Simulieren von Zufallsexperimenten … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	

<table>
<tr><td colspan="2">

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Natürlich**:** Exponentialfunktionen (Q-LK-A3)*

</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schüler.innen

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und entdecken beschreiben und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen den natürlichen Logarithmus als Umkehroperation
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion
  - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  - natürliche Logarithmusfunktion
  - einfache zusammengesetze Funktionen
- untersuchen einfache Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen exemplarisch die Qualität der Modellierung mit begrenztem Wachstum

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schüler.innen

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls

</td><td>

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens steht eine Anknüpfung an die EF, also die Wiederholung der Potenzgesetze, Potenzgleichungen, exponentieller Wachstumsprozesse, Eigenschaften allgemeiner Exponentialfunktionen, Logarithmus und Logarithmengesetze z.B. in arbeitsteiliger Form. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zur Einführung der natürlichen Exponentialfunktion als der Funktion, deren Wert der Ableitungsfunktion mit dem Wert der Funktion selbst übereinstimmt. Im Zusammenhang des Lösens von Gleichungen mit natürlichen Exponentialfunktionen und anknüpfend an den Logarithmus wird der natürliche Logarithmus eingeführt.

Das Lösen von Exponentialgleichungen wird in einfachen Fällen auch händisch geübt. Beim Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des GTRs ist auf die Beschaffenheit der numerischen Lösungen und die Beachtung der Operatoren in Aufgabenstellungen besonders zu achten („lösen Sie exakt“, „bestimmen Sie rechnerisch“ und im Vergleich dazu „ermitteln Sie einen Näherungswert“). Die Bedienungskompetenzen zum Ermitteln (aller) Lösungen von Exponentialgleichungen auf graphischem oder numerischem Wege sollen an dieser Stelle vermittelt werden.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen.

Die Regression mithilfe des GTRs kann im Zusammenhang mit Wachstums- oder Zerfallsvorgängen besprochen und wiederaufgegriffen werden und zur Reflexion der Modellierung solcher Vorgänge genutzt werden.

</td></tr>
</table>

konkurrierender) Modelle für die Fragestellung und verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffen Annahmen (*Validieren*)
 	
Problemlösen
Die Schüler.innen
• erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
• setzen ausgewählte Routineverfahren – auch hilfsmittelfrei – zur Lösung ein (*Lösen*)
• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
 	
Werkzeuge nutzen
Die Schüler.innen
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
    o zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
    o grafischen Messen von Steigungen
• nutzen den GTR zur Berechnung der Ableitung einer Funktion an einer Stelle
• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus.
• nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
	Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion kann graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen werden. Im folgenden Unterrichtsvorhaben (Q-LK-A4) kann dann der Beweis nachgeliefert werden (Kettenregel notwendig!).

Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • bilden und identifizieren in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt und Verkettung) • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen an • wenden die Produkt- und Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an und bilden die Ableitung von (zusammengesetzten) Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten bei zusammengesetzten Funktionen • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • untersuchen den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung des GTR • ermitteln den Gesamtbestand oder die Gesamtwirkung einer Größe aus der Änderungsrate • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück (zusammengesetzte Exponential- und Logarithmusfunktionen) • nutzen die Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ • lernen die partielle Integration und Integration durch Substitution als Integrationsverfahren kennen.	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. Auch hier sollte das hilfsmittelfreie Arbeiten geschult werden. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass z. B. aus der Wachstums- oder Fließgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Hierbei bietet sich auch eine experimentelle Vorgehensweise mithilfe des GTR an, um Auswirkungen eines abgeänderten Parameters zu erfassen, zu beschreiben und zu deuten. Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik können in den folgenden Unterrichtsvorhaben zur Stochastik (Q-LK-S2) aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve).

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien, wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schüler.innen* • nutzen mathematische Sätze und Regeln für Begründungen und verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*) • erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen diese (*Beurteilen*) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren diese (*Beurteilen*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege • verwenden Fachsprache und fachspezifische Notation ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • nutzen den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • nutzen den GTR zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, graphischen Messen von Steigungen • berechnen mithilfe des GTR die Ableitung einer Funktion an einer Stelle • reflektieren und begründen Möglichkeiten und Grenzen der Verwendung des GTR	An dieser Stelle bietet es sich auch noch einmal an, Schwerpunkte zu setzen auf die Gegenüberstellung von Funktion, Stammfunktion und Ableitungsfunktion sowie ihrer jeweiligen Bedeutung in verschiedenen Sachkontexten.

Stochastik (S)

Thema: Signifikant, relevant, normal? (Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler.innen* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse (zwei- und einseitige Signifikanztests) • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art • hinterfragen Ergebnisse statistischer Tests kritisch • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve) • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (Satz von de Moivre-Laplace) **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler.innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen (*Strukturieren*) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenslage? (Perspektivenwechsel) - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet. Mit einer Tabellenkalkulation oder dem GTR werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der graphischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) ***Problemlösen*** *Die Schüler.innen* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*) • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren die Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*) **Argumentieren:** *Die Schüler.innen* • erkennen und vervollständigen lückenhafte Argumentationsketten (*Beurteilen*) • erkennen und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten (*Beurteilen*) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*) • beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit (*Beurteilen*) ***Kommunizieren*** *Die Schüler.innen* • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (*Diskutieren*) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussion herbei (*Diskutieren*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge, schwerpunktmäßig den GTR zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen	Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A2). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Stochastik (S)

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S3)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler.innen
• beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
• stellen stochastische Übergangsmatrizen in Übergangsdiagrammen dar und stellen die zu Übergangsdiagrammen gehörenden Übergangsmatrizen auf
• interpretieren in Übergangsmatrizen und -diagrammen dargestellte stochastische Prozesse im Sachzusammenhang
• lernen an rechnerisch einfachen Beispielen die Matrix-Vektor-Multiplikation und die Matrizenmultiplikation ohne GTR kennen
• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren
Die Schüler.innen
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
</td><td>
Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schüler.innen modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schüler.innen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus geeignete Prozessdiagramme und daraus wiederum die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Die Beschreibung von Prozessdiagrammen und Prozessmatrizen im Kontext dient auch der Erziehung zu kritischem Umgang mit Daten und berechneten Ergebnissen, die im Kontext reflektiert werden sollten. Hier ist auch gezielt in der Abiturvorbereitung auf die korrekte Umsetzung von Operatoren in den Aufgabenstellungen zu achten (Unterschied des „Herleitens“ von Einträgen in einer Übergangsmatrix und des „Beschreibens“). (vgl. auch Medienkonzept der Fachschaft)

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Auch rechnerische Verfahren wie das Skalarprodukt der Linearen Algebra dienen hier als Anknüpfungspunkte.
</td></tr>
</table>

Problemlösen *Die Schüler.innen* • analysieren und strukturieren eine gegebene Problemsituation (*Erkunden*) • wählen heuristische Hilfsmittel aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*) • erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler.innen* • nutzen digitale Werkzeuge, schwerpunktmäßig den GTR, zum Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Bei ausreichender Zeit kann auch das händische Lösen eines Gauß-Jordan-Algorithmus zur Bestimmung der Inversen geübt werden. Die Begrifflichkeiten Inverse und Einheitsmatrix sollten im LK dann zumindest eingeführt werden. Stabile Verteilungen sollten auch über das Lösen von Gleichungssystemen errechnet werden.

2.5. Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache und unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
3) Medien und Arbeitsmittel sind schüler.innennah gewählt.
4) Die Schüler.innen erreichen einen Lernzuwachs.
5) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler.innen.
6) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern.innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
7) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler.innen.
8) Die Schüler.innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
9) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
11) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
12) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
13) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
14) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schüler.innen.

Fachliche Grundsätze:

15) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.

16) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.

17) Die Bereitschaft zu problemlösendem Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.

18) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinterstehende Mathematik führt.

19) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.

20) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.

21) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.

22) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.

23) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.

24) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.6. Lehr- und Lernmittel:

Im Unterricht der Einführungsphase wird das folgende Lehrwerk eingesetzt:

Lambacher Schweizer (Ausgabe Nordrhein-Westfalen) Einführungsphase (2014)
ISBN 978-3-12-735431-7 (3-12-735431-2); Klett Verlag

Im Unterricht der Qualifikationsphase wird das folgende Lehrwerk eingesetzt:

Lambacher Schweizer (Ausgabe Nordrhein-Westfalen) Qualifikationsphase
Leistungskurs / Grundkurs (2015)
ISBN 978-3-12-735441-6; Klett Verlag

Außerdem können alle Schüler.innen der Oberstufe vom Schuljahr 2015/16 an auf die

Formelsammlung für Gymnasien (2013)
ISBN 978-3-507-73019-9; Schroedel Verlag

zurückgreifen.

Als GTR ist am Pestalozzi-Gymnasium vom Schuljahr 2014/15 an das Modell

TI-Nspire CX der Firma Texas Instruments

eingeführt.

2.7. Vertiefungskurse im Fach Mathematik

An Vertiefungskursen können alle Schüler.innen teilnehmen, wenn sie Kompetenzen individuell vertiefen wollen, d.h. sowohl in Bezug auf Förderung als auch auf Forderung. Die Fachlehrer.innen empfehlen ggf. die Teilnahme an einem Vertiefungskurs. Er wird in den Jahrgangsstufen EF und Q1 als Wahlfach angeboten.

Der Vertiefungskurs eröffnet Chancen, das Fächer- und Kursspektrum der Grund- und Leistungskurse um Kursformen zu erweitern, die flexibel, bedarfs- und interessensorientiert eingerichtet und gestaltet werden können.

Für den Unterricht werden die Lehrwerke „Lambacher Schweizer Vertiefungskurs“[2] verwendet, die auch den Schüler.innen zu Verfügung gestellt werden.

Die Unterrichtsinhalte orientieren sich an den in den Jahrgangsstufen EF und Q1 zu entwickelnden inhalts-und prozessbezogenen Kompetenzen. Nach der Erhebung und Auswertung diagnostischer Daten zur Feststellung des Förderbedarfs werden die Basiskompetenzen aus der Sekundarstufe I wiederholt, vertieft und Lücken geschlossen. Dabei lehnen sich die im Unterricht behandelten Aufgabenstellungen an die derzeit im Mathematik-Unterricht der Jahrgangsstufe im Vordergrund stehenden Themen an, um Anlass zum Aufgreifen von Stärken und Schwächen bei grundlegenden Fertigkeiten wie z. B. dem Lösen einer quadratischen Gleichung zu bieten.

In der Jahrgangsstufe EF stehen die Darstellungsformen von linearen, quadratischen und ganzrationalen Funktionen im Vordergrund. Der Wechsel und Zusammenhang der Darstellungsformen stellt einen Schwerpunkt des Unterrichts dar.

In der Jahrgangsstufe Q1 werden Grundkompetenzen in den Bereichen Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen und linearer Gleichungssysteme schwerpunktmäßig trainiert, um auch im regulären Unterricht die notwendigen Kompetenzen zu erlangen. Dies gilt insbesondere für Aufgaben mit Anwendungskontext, um die nötige Sprachsensibilität sowie die nötigen Lesekompetenzen für inhaltliche Signalwörter und für den Umgang mit Operatoren mitzuüben.

Die Literatur bietet durch Selbsteinschätzung, Testaufgaben, Standardaufgaben und Vertiefungsaufgaben sowie Lösungen Gelegenheiten zum selbstständigen Arbeiten.

[2] Lambacher Schweizer Oberstufe Vertiefungskurs 1, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2010, ISBN: 978-3-12-734407-3; Lambacher Schweizer Oberstufe Vertiefungskurs 2, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2011, ISBN: 978-3-12-734408-0; Lambacher Schweizer Oberstufe Vertiefungskurs 3, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2011, ISBN: 978-3-12-734409-7

Da es um individuelle Lernfortschritte geht, erfolgt am Ende keine Benotung. Die Teilnahme wird auf dem Zeugnis mit Abkürzungen für „mit besonderem Erfolg teilgenommen“ (bt) „mit Erfolg teilgenommen“ (et), „teilgenommen“ (tg) und „nicht teilgenommen“ (nt) ausgewiesen.

2.7.1. Übersicht der Unterrichtsinhalte

	1. HJ	2. HJ
EF	Vertiefung 1 I. Lineare Funktionen und Gleichungen II. Quadratische Funktionen	Vertiefung 2 I. Eigenschaften ganzrationaler Funktionen II. Veränderungen untersuchen-Ableitung
Q1	Vertiefung 3 I. Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen Vertiefung 2 II. Textverständnis – Modellfunktionen und Diagramme	Vertiefung 1 IV. Lineare Gleichungssysteme

3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Um Transparenz bei Bewertung und Vergleichbarkeit von Leistungen sicherzustellen, werden innerhalb der gegebenen Freiräume Vereinbarungen zu Bewertungskriterien und deren Gewichtung getroffen.

Die Leistungsbewertung soll alle im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kompetenzen erfassen. Die Kriterien der Notengebung sollen für die Schüler.innen transparent sein und ihnen eine Rückmeldung über den bereits erreichten Lernstand geben. Die Lernerfolgsüberprüfungen stellen von den Schüler.innen bereits erreichte Kompetenzen heraus und geben individuelle Hinweise auf erfolgversprechende Strategien zum Weiterlernen.

Bei der Leistungsbewertung sind alle inhaltsbezogenen (Funktionen und Analysis (A), Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) und Stochastik (S)) und alle prozessbezogenen (Argumentieren/Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren, Werkzeuge) Kompetenzen entsprechend der Verteilung im schulinternen Curriculum gleichermaßen zu berücksichtigen.

Die schriftlichen Leistungen und die sonstigen Leistungen im Unterricht fließen zu gleichen Teilen in die Leistungsbewertung ein.

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar.

3.1. Operatoren[3]

Operator	Definition	AFB- Bandbreite
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	I-II, vorw. I
aufstellen, darstellen, erstellen	Sachverhalte, Vermutungen, Zusammenhänge, Methoden, Gleichungen, Gleichungssysteme in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form notieren	I-II, vorw. II
begründen	Sachverhalte auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen (hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen)	II
berechnen	Ergebnisse mit Darstellung von Ansatz und Berechnung gewinnen	I-II, vorw. I
beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Verfahren in eigenen Worten unter Berücksichtigung der Fachsprache sprachlich angemessen wiedergeben (hier sind auch Einschränkungen möglich z.B.: Beschreiben Sie in Stichworten ...)	I- II, vorw. II
bestimmen, ermitteln	Zusammenhänge bzw. Lösungswege aufzeigen, das Vorgehen darstellen und die Ergebnisse formulieren	II
beurteilen	zu Sachverhalten ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	II-III, vorw. III
beweisen, widerlegen	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen, führen	II-III, vorw. III
darstellen, aufstellen, erstellen	Sachverhalte, Vermutungen, Zusammenhänge, Methoden, Gleichungen, Gleichungssysteme in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form notieren	I-II, vorw. II
definieren	die Bedeutung eines Begriffs unter Abgrenzung zu benachbarten Begriffen und der Angabe unveränderlicher Merkmale bestimmen	I-II, vorw. II
entscheiden	sich bei Alternativen eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen, eine Begründung ist nicht erforderlich (sofern sie nicht durch einen ergänzenden Operator gefordert wird)	I-II, vorw. II
erklären, erläutern	Sachverhalte verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen	II
erläutern, erklären	Sachverhalte verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen	II
ermitteln, bestimmen	Zusammenhänge bzw. Lösungswege aufzeigen, das Vorgehen darstellen und die Ergebnisse formulieren	II
erstellen, aufstellen, darstellen	Sachverhalte, Vermutungen, Zusammenhänge, Methoden, Gleichungen, Gleichungssysteme in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form notieren	I-II, vorw. II
graphisch darstellen	hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen	I-II, vorw. II
herleiten	die Entstehung oder Ableitung von gegebenen oder beschriebenen Sachverhalten oder Gleichungen aus anderen Sachverhalten darstellen	II
interpretieren	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen	II

[3] Nach www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/fach.php?fach=2; veröffentlicht am 25.08.15

klassifizieren, ordnen	Begriffe, Gegenstände, Daten etc. auf der Grundlage bestimmter Merkmale systematisch einteilen	II
nachweisen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	II-III, vorw. III
nennen, angeben	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	I-II, vorw. I
ordnen, klassifizieren	Begriffe, Gegenstände, Daten etc. auf der Grundlage bestimmter Merkmale systematisch einteilen	II
prüfen, untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	II
skizzieren	wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten graphisch darstellen (auch Freihandskizzen möglich)	I-II, vorw. II
untersuchen, prüfen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	II
vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln	II
widerlegen, beweisen	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen, führen	II-III, vorw. III
zeichnen	Hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen	I-II, vorw. II
zeigen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen	II-III, vorw. III

Wichtig: Die Operatoren können durch einschränkende Zusatzangaben oder weitere Vorgaben ergänzt werden (z.B. „Bestimmen Sie grafisch...“). Speziell kann bei der Verfügbarkeit von GTR bzw. CAS im Einzelfall die Darstellung eines Lösungsweges gefordert werden, welcher auch ohne den Einsatz dieser Technologien nachvollziehbar ist.

Die Angabe einer Folge von GTR-Befehlen erfüllt nicht die Anforderung, ein Vorgehen („bestimmen“, „ermitteln“) oder eine Berechnung („berechnen“) darzustellen.

3.2. Schriftliche Arbeiten (Klausuren)

In der Einführungsphase werden zwei Klausuren je Halbjahr geschrieben, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Die Dauer dieser Klausur beträgt 100 Minuten, alle anderen Klausuren dauern zwei Unterrichtsstunden. (Vgl.§ 14 Abs. 1 Satz 3 APO-GOSt).

In den ersten drei Halbjahren der Qualifikationsphase werden im Grund- und Leistungskurs je Halbjahr zwei Klausuren geschrieben (Vgl. § 14 Abs. 2 APO-GOSt). Im Grundkurs dauern die Klausuren in den ersten beiden Halbjahren der Qualifikationsphase jeweils zwei Unterrichtsstunden, im dritten zur Vorbereitung auf das Abitur drei Unterrichtsstunden. Im Leistungskurs dauern die Klausuren in den ersten beiden Halbjahren der Qualifikationsphase jeweils vier Unterrichtsstunden, im dritten zur Vorbereitung auf das Abitur fünf Unterrichtsstunden. Im letzten Halbjahr der Qualifikationsphase schreiben nur die Schüler im Grundkurs eine Klausur, die Mathematik als 3. Abiturfach belegt haben (Vgl. § 14 Abs. 2 APO-GOSt). Sowohl im Grund- als auch im Leistungskurs wird diese Klausur unter Abiturbedingungen geschrieben (Dauer: im Grundkurs 3 Zeitstunden, im Leistungskurs 4,25 Zeitstunden). In der gesamten Oberstufe muss die Aufgabenstellung der Klausuren auf das Abitur vorbereiten (vgl. § 14 Abs. 4 APO-GOSt).

Den Klausuren aller Lehrer.innen der Fachkonferenz Mathematik liegen einheitliche Kriterien zur Qualität und zur Bewertung im Rahmen eines einheitlich festgelegten Ermessensspielraumes zugrunde. Über die Aufgabentypen, die Aufgabenstellungen, die Kriterien der Bewertung sowie die Evaluation der geschriebenen Klausuren tauschen sich die Kollegen regelmäßig aus.

Folgende Kriterien gelten für die Bewertung der Klausuren, ihre Vorbereitung im Unterricht und ihre Konzeption:

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.

- Alle Klausuren ab der Einführungsphase enthalten im Hinblick auf die Zentralklausur im zweiten Halbjahr der EF sowie das Abitur einen „hilfsmittelfreien“ Teil.

- Für den „hilfsmittelhaltigen“ Teil der Klausuren werden alle GTRs der Schüler.innen vor Klausurbeginn daraufhin überprüft, dass sie nicht im Prüfungsmodus sind. Erst dann werden alle GTRs der Schüler.innen in den Prüfungsmodus versetzt. Vor Beginn der Bearbeitungszeit werden alle GTRs sowie Formelsammlungen abgegeben. Nach Abgabe des „hilfsmittelfreien“ Klausurteils werden GTRs und Formelsammlungen wieder ausgehändigt.

- Alle Klausuren enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 3). Bei der Konzeption von Klausuren ist darauf zu achten, dass die Anforderungsbereiche I (Wiedergabe von Wissen), II (Reorganisation bekannter Inhalte, Ergebnisse und Methoden) sowie III (Übertragen von Ergebnissen und Methoden) in etwa zu folgenden Anteilen berücksichtigt werden: Anforderungsbereich I: ca. 20 %; Anforderungsbereich II: ca. 70 %; Anforderungsbereich III: ca. 10 %

- Sprachlich und inhaltlich müssen die Aufgabenstellungen für die Schüler.innen klar verständlich sein. Der sachgerechte und angemessene Umgang mit Operatoren und deren Anforderungen soll im Unterricht vorbereitet und eingeführt werden. Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schüler.innen zu besprechen. (vgl. Liste der Operatoren 3.1)

- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt nach Möglichkeit anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schüler.innen als Rückmeldung erhalten.

Weiterhin wird verabredet:

- Im Interesse einer besseren Vergleichbarkeit der Bewertungsmaßstäbe liegt der Bewertung stets ein nachvollziehbares und transparentes Punkteschema zugrunde.

- Die Bepunktung einer Aufgabe orientiert sich an der Anzahl und dem Schwierigkeitsgrad der zu einer vollständigen Lösung durchzuführenden Lösungsschritte. Ein Standardrechenschritt ist dabei in der Regel mit einem Punkt, ein schwierigerer gedanklicher Schritt mit mehr als einem Punkt zu bewerten. Nicht durchgeführte Lösungsschritte werden mit einem entsprechenden Punktabzug geahndet. Für besonders elegante Lösungswege oder über das zu erwartende Maß hinausgehenden mathematischen Tiefgang können in Einzelfällen Sonderpunkte vergeben werden.

- Bei der Bewertung von Fehlern ist folgendermaßen zu verfahren:
  - „Normale“ Rechenfehler führen in der Regel zu dem Verlust von einem Punkt.

- Strukturelle Fehler führen in der Regel zum Verlust von mehr als einem Punkt.
- Führt ein Fehler zu einer deutlichen Vereinfachung der Aufgabe, so folgt daraus nicht nur ein dem Schweregrad des Fehlers entsprechender Punktabzug, sondern der Schüler bekommt auch alle Punkte für Rechenschritte abgezogen, denen er sich durch den Fehler entzieht. Aus Gründen der Transparenz für den Schüler sollte dies am Rand angemerkt werden.
- Flüchtigkeitsfehler und formale Schwächen sollen angemessen bewertet werden.

- Die Grenze zwischen ausreichender und mangelhafter Leistung soll in der Sekundarstufe II bei 40 % der Maximalpunktzahl liegen. Zwecks Ausnutzung „natürlicher Zäsuren“ sind *leichte* Unterschreitungen der 40 % - Grenze möglich.
- Für die Zuordnung zu den Notenstufen wird das nachstehende, an die Bewertung im Zentralabitur angelehnte Zuordnungsschema verwendet. Von diesem kann aber im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Punkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13(2)) angemessen erscheint.

erreichte Punkte in % an der Maximalpunktzahl	Notenstufe in Punkten	Note
95-100	15	Sehr gut (plus)
90-94	14	Sehr gut
85-89	13	Sehr gut (minus)
80-84	12	Gut (plus)
75-79	11	Gut
70-74	10	Gut (minus)
65-69	9	Befriedigend (plus)
60-64	8	Befriedigend
55-59	7	Befriedigend (minus)
50-54	6	Ausreichend (plus)
45-49	5	Ausreichend
40-44	4	Ausreichend (minus)
33-39	3	Mangelhaft (plus)
27-32	2	Mangelhaft
20-26	1	Mangelhaft (minus)

0-19	0	ungenügend

- Vor dem Hintergrund des Kompetenzkonzepts der Lehrpläne und den Erkenntnissen aus dem Sinus-Projekt ist alle Lehrer.innen verpflichtet, in jeder Klausur verstärkt Anwendungsaufgaben zu stellen. Das setzt selbstverständlich voraus, dass solche Aufgaben wesentlicher Bestandteil des Unterrichts sind. Es ist darauf zu achten, dass im Zusammenhang mit den Anwendungsaufgaben das Sprachverständnis der Schüler.innen geschult und gefördert wird, um sie in die Lage zu versetzen, einem Sachtext relevante Informationen zu entnehmen und ihre Ergebnisse mathematisch und in der Übertragung auf die Anwendungssituation auch sprachlich richtig zum Beispiel in Antwortsätzen zu deuten und zu formulieren.
- Es ist darauf Wert zu legen, dass sämtliche sogenannte Nebenrechnungen der Schüler.innen im Heft stehen. Die Schüler.innen müssen unterscheiden lernen zwischen solchen „Nebenrechnungen“ als wesentlichem Bestandteil des Lösungsweges und dem Ausprobieren und Ordnen von Gedanken auf einem zulässigen Schmierblatt, das nicht in die Wertung mit einbezogen wird.
- Es ist eine angemessene Bewertung der Darstellungsleistungen der Schüler.innen vorzunehmen, die bis zu 5 % der Maximalpunktzahl ausmachen darf. In diesem Rahmen ist auch auf eine sprachlich und grammatikalisch richtige Formulierung von Gedankenschritten und Ergebnissen zum Beispiel in Antwortsätzen Wert zu legen.

Die Klausuren werden mit den Schüler.inen nach der Rückgabe besprochen und zur Kenntnisnahme durch die Eltern mit nach Hause gegeben. Auf Verlangen der Lehrer.innen sind die Schüler.innen verpflichtet die Klausur innerhalb einer Woche mit der Kenntnisnahme der Eltern versehen wieder zur Schule mitzubringen (vgl. § 14 Abs. 5 APO-GOSt).

3.3. Facharbeit

Für die Schüler.innen, die gemäß § 14 Absatz 3 eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, entfällt die erste der beiden Klausuren im zweiten Halbjahr der Qualifikationsphase. Ziel der Facharbeit ist die Einführung der Schüler.innen in die wissenschaftliche Arbeitsweise. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, findet ein Projekttag statt, an dem den Schüler.innen der schulinterne Reader „Facharbeit - Einführung in die Methoden und Konventionen wissenschaftlichen Arbeitens – Vorlagen zum Aufbau und Layout einer Facharbeit“ nahegebracht wird. Anschließend erfolgt ein Besuch der Universitätsbibliothek der Ruhr-Universität Bochum.

Thematisch ist die Facharbeit an den Unterrichtsstoff des zweiten und dritten Quartals der Qualifikationsphase angebunden. Im Vordergrund der Arbeit steht dabei nicht eine reine Literaturrecherche mit theoretischer Ausarbeitung, sondern die eigenständige Anwendung mathematischer Kenntnisse und Methoden auf einen konkreten Sachverhalt. Diese Auseinandersetzung geht dabei über unterrichtspraktische Kenntnisse und Methoden hinaus.

Die Schüler.innen bestimmen möglichst selbstständig den Sachkontext, die Methodik sowie das Thema der Facharbeit. Angemessene Unterstützung bietet dabei die betreuende Lehrkraft.

Die Bewertung der Facharbeit geschieht auf Grundlage der Eigenständigkeit der Arbeit, der formalen Ausführungen, der wissenschaftlichen Arbeitsweise und der inhaltlichen Darstellungsweise.

3.4. Sonstige Leistungen im Unterricht

3.4.1. Beiträge zum Unterrichtsgespräch:

Die Beiträge zum Unterrichtsgespräch sind der Beurteilungsschwerpunkt des Bereichs „Sonstige Mitarbeit“ (ca. 70 % - 80 %)!

Eine Gewichtung erfolgt nach der Wiedergabe von Wissen, der Reorganisation bekannter Inhalte, Ergebnisse und Methoden sowie dem Übertragen von Ergebnissen und Methoden (Anforderungsbereiche I bis III).

Zur Beurteilung herangezogen werden auch die Fähigkeiten zum Erfassen und Darstellen von Problemen (auch die Selbstständigkeit hierin), das Finden und Begründen von Lösungsvorschlägen, das Aufgreifen von Mitschüler-Beiträgen und ein angemessenes Eingehen hierauf, sachliches Argumentieren, das Aufzeigen von Zusammenhängen oder Widersprüchen sowie ein angemessener Gebrauch von Fachsprache. In die Bewertung einfließen sollte auch der Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben und Unterrichtsaufgaben) sowie die Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit.

Auch die Kontinuität der Mitarbeit wird beurteilt, allerdings hat hier die Qualität Vorrang vor der Quantität der Mitarbeit!

<u>Indikatoren zur Bewertung sonstiger Mitarbeit</u> können sein:

Sehr gut (13-15 Punkte)	Die Schüler.innen erkennen das mathematische Problem, ordnen es in einen größeren Zusammenhang ein und beurteilen es sachgerecht. Es liegt eine eigenständige gedankliche Leistung als Schritt zur Problemlösung vor. Den Schüler.innen gelingt eine (fach-) sprachlich angemessene Darstellung des Problems und seiner/ihrer Lösungsideen. Diese Verhaltensweisen legen die Schüler.innen regelmäßig freiwillig im Unterricht an den Tag.	Die Leistungen entsprechen den Anforderungen in ganz besonderem Maße.
Gut (10 – 12 Punkte)	Die Schüler.innen zeigen Verständnis für schwierige mathematische Sachverhalte und es gelingt ihnen eine Einordnung in den mathematischen Gesamtzusammenhang. Sie erkennen das Problem und können zwischen Unwesentlichem und Wesentlichem unterscheiden. Es sind über die Unterrichtsreihe hinausgehende	Die Leistungen entsprechen den Anforderungen in vollem Umfang.

	Kenntnisse vorhanden. Eine Regelmäßigkeit der freiwilligen Beteiligung am Unterricht auf diesem Niveau liegt vor. Die Schüler.inenn können selbstständig auf andere Lösungen eingehen und findeen Argumente und Begründungen für eigenen Beiträge. Die Schüler.innen können eigene Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen.	
Befriedi-gend (7 – 9 Punkte)	Den Schüler.innen gelingt eine im Wesentlichen richtige Wiedergabe eines mathematischen Problems bzw. einfacher Fakten und Lösungsschritte aus dem aktuell behandelten Stoff. Sie können diese Kenntnisse mit dem Stoff der gesamten Unterrichtsreihe verknüpfen. Sie beteiligen sich regelmäßig freiwillig am Unterricht.	Im Allgemeinen ent-sprechen die Leistungen den Anforderungen.
Ausrei-chend (4 – 6 Punkte)	Die Äußerungen der Schüler.innen beschränken sich auf die Wiedergabe einfacher Fakten, Lösungsansätze und Zusammenhänge aus dem aktuell behandelten Unterrichtsstoff und sind im Wesentlichen richtig. Die Schüler.innen beteiligen sich nur gelegentlich freiwillig am Unterricht und gehen selten auf andere Lösungen ein. Die Schüler.innen nennen zwar Argumente, können sie aber nicht begründen. Es gelingt den Schüler.innen nur auf eine Art, Ergebnisse darzustellen. Die Schüler.innen erarbeiten sich neue Lerninhalte nur mit umfangreicher Hilfestellung, oftmals nur lückenhaft. Die Schüler.innen erledigen die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich.	Die Leistungen entsprechen im Ganzen noch den Anforderungen, weisen jedoch leichte Mängel auf.
Mangel-haft (1 – 3 Punkte)	Die Äußerungen der Schüler.innen sind selbst zum aktuell behandelten Unterrichtsstoff nur teilweise richtig. Eine freiwillige Mitarbeit am Unterricht erfolgt nicht.	Die Leistungen entsprechen nicht den Anforderungen, allerdings sind notwendige Grundkenntnisse vorhanden und die Mängel in absehbarer Zeit behebbar.
Ungenü-gend	Die Äußerungen der Schüler.innen erfolgen nicht freiwillig, sondern nach Aufforderung und sind überwiegend falsch.	Die Leistungen ent-sprechen nicht den Anforderungen und die

(0 Punkte)		Mängel sind durch lückenhafte Grundkenntnisse auch in absehbarer Zeit nicht zu beheben.

3.4.2. Hausaufgaben:

Eine Bewertung erfolgt gemäß dem Hausaufgabenkonzept der Fachschaft Mathematik bzw. der Schule, unter der Voraussetzung, dass die in Hausaufgaben erworbenen Fähigkeiten und Kenntnisse ins Unterrichtsgeschehen (vgl. 3.4.1) eingebracht werden.

3.4.2.1. Hausaufgabenkonzept der Fachschaft

Im Fach Mathematik sind Hausaufgaben unverzichtbar. Sie dienen der Sicherung und Festigung von Unterrichtsinhalten und müssen ein Einüben von Lösungsalgorithmen und mathematischen Arbeitsverfahren gewährleisten. Auch müssen bereits vorhandene Rechenfertigkeiten der Schüler.innen auf diese Weise wachgehalten und immer wieder abgerufen werden.

Gelegentliche reine Übungsstunden sind selbstverständlich im Unterrichtskonzept verankert, allerdings brauchen insbesondere schwächere Schüler.innen noch mehr Wiederholungen und Routine, wie sie bei der knappen Unterrichtszeit nur im Rahmen von Hausaufgaben sichergestellt werden können.

Ansatzpunkte zur Leistungsdifferenzierung in den Hausaufgaben bieten Aufgaben zur Wahl neben Pflichtaufgaben bzw. (Teil-)Aufgaben, die von Schüler.innen selbst erdacht werden sollen. Zugleich sollen aber auch immer wieder anspruchsvollere Hausaufgaben, wie sie in den Klassenarbeiten als Anforderungsbereich III ebenfalls enthalten sein müssen, allen Schüler.innen gestellt werden: Diese stellen für schwächere Schüler.innen eine Herausforderung dar, die durch die angemessene Besprechung und den Vergleich der Hausaufgaben im Unterricht aufgefangen und Bestätigung und Ansporn zugleich sein kann.

Beim Umfang der Hausaufgaben ist darauf zu achten, dass dieser im Fach Mathematik 120 min wöchentlich nicht überschreitet. Die Transparenz bei der Hausaufgabenverteilung für die Schüler.innen einerseits

Insbesondere zur Wiederholung „alten“ Unterrichtsstoffes, der für ein neues Thema wieder aktuell wird, oder zur Ergänzung der Kernlehrplanthemen durch angrenzende Einblicke sind Kurzreferate und Vorträge durch Schüler.innen als freiwillige Hausaufgaben sehr erwünscht und werden angeregt. Ebenso bieten sich Einzellösungen auf Folie durch Schüler.innen an, um die HA-Kontrolle zu beschleunigen bzw. zu erleichtern oder leistungsstärkeren Schüler.innen weitergehende Aufgaben als Herausforderung anzubieten und deren Erkenntnisse dann in den Unterricht einfließen zu lassen.

3.4.3. Referate:

Schüler.innen wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.

1. Ein Referat als ergänzender Beitrag (ca. 10 %) zur Mitarbeit im Unterricht wird nach folgenden Kriterien bewertet:

- Fachliche Korrektheit der Aussagen
- Berücksichtigung und Anwendung fachspezifischer Methoden, einer angemessenen Fachsprache und Darstellungsweise
- Auswertung von Informationsmaterial, Grad der Problematisierung der gefundenen Aussagen, Selbstständigkeit in der Beurteilung der Aussagen (korrekte Zitierweise)
- Adressatenbezogener Vortrag unter Berücksichtigung des Zeitfaktors und Impulsgebung für eine sich anschließende Diskussion
- Angemessene Sicherung der wesentlichen Aspekte für den Lernerfolg der anderen (z. B. Thesenpapier, Zusammenfassung, …)

3.4.4. Mitarbeit in Gruppen oder an Projekten

Die Bewertung der Mitarbeit und Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen (ca. 10 % - 20 %) wird auf die Bereiche „fachliches Lernen", „methodisches Lernen", „sozial-kommunikatives Lernen" und „selbstbeurteilendes Lernen" aufgefächert:

- „fachliches Lernen": Erwerb von Kenntnissen und Lösungsstrategien, Erkennen von Zusammenhängen (auch fächerübergreifend)
- „methodisches Lernen": Beschaffung von Informationen, Planung und Ausführen einer erarbeiteten Lösungsstrategie, Anwenden fachspezifischer Methoden und Präsentationstechniken
- „sozial-kommunikatives Lernen": Einhalten von Gesprächsregeln, argumentative Darstellung der Richtigkeit oder Angemessenheit von Lösungsstrategien, aktive Gestaltung der Gruppenarbeit, Lösen von Konflikten
- „selbstbeurteilendes Lernen": selbstkritische Einschätzung der gefundenen Lösungswege, Ergebnisse und Präsentationsleistungen und der erfolgten Gruppenarbeit

4 Qualitätssicherung und Evaluation

4.1 Evaluationskonzept der Fachschaft Mathematik

Die Fachschaft Mathematik hat ihre Leitidee und ihr schulinternes Curriculum in dem Wissen und mit dem Willen formuliert, es hinsichtlich der Obligatorik des Faches sowie der Praktikabilität und des Erfolges der Arbeit hiermit ständig weiterzuschreiben, zu ergänzen und zu korrigieren.

Selbstverständlich begleiten die Arbeit mit dem Curriculum Absprachen der Fachkonferenzmitglieder in allen Phasen des Unterrichtens, also sowohl in der Planung und Durchführung von Unterrichtsvorhaben als auch in der Konzeption, Bewertung und Evaluation von Klausuren und ihren Ergebnissen (s. Leistungskonzept der Fachschaft Mathematik).

Zu Beginn eines Unterrichtsvorhabens werden bereits vorhandene Kenntnisse und Kompetenzen der Lerngruppe erfasst. Nach Durchführung der einzelnen Unterrichtsvorhaben werden diese durch Evaluation der Klausurergebnisse in ihrer Zielsetzung, Konzeption und Effektivität begleitet und analysiert. Der neu erworbene Wissensstand sowie Fähig- und Fertigkeitenzuwachs wird durch Vergleich mit dem Ist-Zustand zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sowohl den Schüler.innen als auch den Lehrer.innen bewusstgemacht.

Aus der Schüler.innen- und Lehrer.innenevaluation resultieren dann Diagnosen für individuellen Förderbedarf und geeignete Maßnahmen können individuell auf Schwierigkeiten einzelner Schüler.innen oder der gesamten Lerngruppe abgestimmt werden.

Insbesondere die Durchführung, Analyse und Auswertung der Zentralen Klausur in der Einführungsphase soll ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung gewährleisten.

Das schulinterne Curriculum für die Sekundarstufe II ist nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Vor Beginn eines jeweils neuen Schuljahres werden in der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und gegebenenfalls beschlossen und in das vorliegende Curriculum eingearbeitet, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017, in dem zum ersten Mal eine Jahrgangsstufe das Abitur auf der Grundlage der neuen Kernlehrpläne und damit unseres Curriculums abgelegt hat, hat eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage der Erfahrungen der dann zurückliegenden drei Jahre eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vorgenommen. Ausgehend von den Ergebnissen, die die Analyse der Klausuren, die Absprachen der Kolleg.innen in allen Phasen des Unterrichtens sowie die Auswertung der Evaluationsphasen der einzelnen Unterrichtsvorhaben geliefert haben, hat diese Arbeitsgruppe Verbesserungsvorschläge entwickelt und als Beschlussvorlage zur Einarbeitung in der Fachkonferenz im Juni 2017 vorgelegt. Diese Veränderungen sind nun in dieser Fassung des Curriculums gemäß dem entsprechend lautenden Fachkonferenzbeschluss enthalten.

Natürlich hat dennoch auch das Curriculum auf diesem aktuellen Stand nur vorläufigen, stets neu zu überarbeitenden Charakter. Die Fachkonferenz wird die aktuellen Entwicklungen, die Erfahrungen der nach dem Curriculum arbeitenden Kolleg.innen und die Ergebnisse aus den Zentralklausuren der EF und dem Abitur auch in den folgenden Schuljahren kritisch begleiten, evaluieren und – wenn nötig – das Curriculum erneut überarbeiten.